

المؤذج اللوجستي : وهذا حساباً وأن المؤذج الاقتصادي لا يشتمل مع الحالة الواقعية لمركبة
 لأن $\lim_{t \rightarrow \infty} p(t)$ وهذا غير مقبول رياضياً ، السبب في ذلك يعود إلى أن الولايات
 والعوائد ليست عوامل كمية لتظهر رؤية واضحة عن سلوك البيئة المدركة .
 هناك عوامل عديدة تلعب دوراً هاماً في تفسير السلوك ، منها : التغيرات في العوامل
 والسلوك المتغير ، ما هو الحد الأقصى المواقف لعامل الغطاء والذي يجب أن تدخل في مؤذج
 المؤذج الكان في فصل عن مؤذج بيئي رؤية مسؤولة عن الحالة المدركة .
 فلو المؤذج الرياضي التالي بعد ادخال عامل الغطاء بالمؤذج اللوجستي وقد أجريت الدف
 البيانات لتوضح مدى صحتها لهذا المؤذج .

نص المؤذج : ينص المؤذج اللوجستي على أن معدل تغير السكان يتناسب طردياً مع الحدين
 $(1 - \frac{P}{M})$ حيث M ندعه بقدرة البيئة على استيعاب السكان عندئذ المؤذج اللوجستي
 هو $\frac{dP}{dt} = rP(1 - \frac{P}{M})$ تغير المادة ، التفاضلية عن
 المؤذج اللوجستي في دراسة سكان أي بيئة كانت ، وهي معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى
 ويمكن حلها بسهولة ، وأحد هذه الطرق فصل المتغيرات .

$$\frac{dP}{P(1 - \frac{P}{M})} = r dt \Rightarrow \frac{P_0 M}{P_0 + (M - P_0)e^{-rt}} = p(t)$$

تبسيط : لنفرض أنه كائناً ما يوصف بالمؤذج اللوجستي التالي .

$$\frac{dP}{dt} = 0.008 P (1 - \frac{P}{1000})$$

حيث $P_0 = 100$ وتقاس t بالسنوات .

والمطلوب أرجو : (1) الحل التحليلي للمؤذج المعطى .

(2) بين متى يصل عدد السكان إلى 900

(3) ادر متى تقاطع توازن المؤذج .

$$(استفظة لدراسة التوازن $\frac{dP}{dt} = 0$)$$

ملاحظة : $r = 0.008$ ، $M = 1000$ ، $P_0 = 100$

$$\frac{dP}{dt} \Rightarrow \frac{100 \times 1000}{100 + (1000 - 100)e^{-rt}} = p(t)$$

$$p(t) = \frac{1000}{1 + 9e^{-rt}} \Rightarrow \frac{1000}{1 + 9e^{-0.008t}}$$

$$(1 + 9e^{-rt}) p(t) = 1000$$

$$P(t) = \frac{100 \times 1000}{100 + (1000 - 100)e^{-0.008t}} = \frac{1000}{1 + 9e^{-0.008t}}$$

$$P(t) = 500 \Rightarrow \frac{1000}{1 + 9e^{-0.008t}} = 500 \Rightarrow 9 + 9e^{-0.008t} = 10$$

$$9e^{-0.008t} = 10 - 9 = 1$$

$$-0.008t = \ln(1/9) \Rightarrow$$

$$t = \frac{\ln 9}{0.008} = 549$$

$$\frac{dP}{dt} = 0 \Rightarrow$$

$$0.008 P(1 - \frac{P}{1000}) = 0$$

$$0.008 P = 0 \Rightarrow P = 0$$

$$1 - \frac{P}{1000} = 0 \Rightarrow \frac{P}{1000} = 1 \Rightarrow P = 1000$$

الفرضية الرياضية من خلال مجلة من المعادلات التفاضلية من الرتبة الأولى.
فكانت $R(t), F(t)$ المقدمات والنوع الزمنية والحيوان المفترس عن الزمان t .

$$\frac{dR}{dt} = a_1 R, \quad RF = R(a_2 - b_1 F)$$

$$\frac{dF}{dt} = -a_2 F + b_1 RF$$

إذا كان لا يوجد الحيوان المفترس فإن الزمنية ستكون المعدل تناسبا مع الزمان.

$$\frac{dR}{dt} = a_1 R$$

إذا كان لا يوجد نوع الحيوان المفترس سينخفض المعدل تناسبا مع الزمان.

$$\frac{dF}{dt} = -a_2 F$$

المعادلة الثالثة: المعدل لكل النوعين معاً مضروب للمعدل المقترن، وهو لنوع الزمنية.

أي أن نوع الحيوان المفترس سينمو أو لنوع الزمنية ستتناقص المعدل تناسبا مع الزمان.

المعادلة الأولى: هذه المعادلات تمثل مجلة من المعادلات التفاضلية من الرتبة

$$\frac{dR}{dt} = a_1 R - b_1 R F = R(a_1 - b_1 f)$$

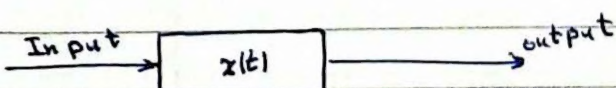
$$\frac{dF}{dt} = -a_2 f + b_2 R F = f(-a_2 + b_2 R)$$

تدعى هذه الساتبة بنموذج فلويد لوركا .

$$\frac{dR}{dt} = 0 \quad \text{نقطة توازن}$$

$$(0, 0), (0, \frac{a_1}{b_1}), (\frac{a_2}{b_2}, 0), (\frac{a_2}{b_2}, \frac{a_1}{b_1})$$

نماذج انتشار الملل : يقسم هذا النوع من النموذج الى عدة اقسام ويمكن تسمية هذا النوع من النظم كما هو موضح بالشكل :

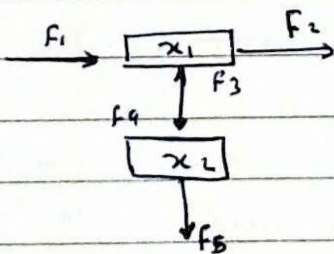


يتم النموذج الرياضي المعاد للكل أعلاه

$$\frac{dx}{dt} = \text{input} - \text{output}$$

أما إذا كان لدينا نظام مكون من عدة أوعية عندئذ يكون النموذج الرياضي المعاد له عبارة عن جملة من المعادلات التفاضلية . عدد هذه المعادلات يعتمد على عدد الأوعية أي أن كل مصادرة لقيمة معادلة الأوعية المكونة للنظام تحتوي العبارة التي تمثل النموذج الرياضي للمشكلة المذكورة سابقاً .

تجريبياً : يفرض علينا الشكل التالي : المطلوب إيجاد معادلات التفاضلية لهذا الشكل



$$\frac{dx_1}{dt} = F_1 + F_3 - (F_2 + F_4)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = F_4 - F_5 - F_3$$

نحسب خزان النظام 1000 كجم ماء فيه 100 كجم من الملح
في اللحظة 000 وتنفذ منه مياه بكمية 100 كجم في الدقيقة أو 10 كجم في الثانية
100 كجم من الملح ، لتفرض أن المخلوط المتبقي من الخزان في اللحظة 1000 يتغير
المعدل المطلوب :

- صيانة النموذج 1/2 من الذي يعرفه كمية الملح Q_t في لحظة زمنية ما. يانع Q_t النموذج.

$$0,25 \times 3 \rightarrow \boxed{Q_t} \rightarrow \frac{Q_t}{100} \times 3$$

$$\frac{dQ_t}{dt} = 0,75 - \frac{Q_t}{100} \times 3$$